שימושי אלגברה לינארית – מבחן בית

שאלה 1

גרף הקליקה:

האלגוריתם הצליח להתכנס עם 214 קודקודים לתוצאות הבאות

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Max | Mean | Min |  |
| 188103 | 169043 | 135361 | זמן כיסוי |
| 11.4n | 10.3n | 8.2n | זמן כיסוי ביחס לn |

* ניתן לראות שהזמן הממוצע הינו פי 10 מכמות הקודקודים
* לגרף ישנם אותם תוצאות עם מתחילים מקודקוד בודד

גרף הטבעת:

האלגוריתם הצליח להתכנס עם 210 קודקודים לתוצאות הבאות

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Max | Mean | Min |  |
| 862281 | 637774 | 338122 | זמן כיסוי |
| 842n | 622n | 330n | זמן כיסוי ביחס לn |

* ניתן לראות שהזמן הממוצע הינו פי 622 מכמות הקודקודים
* לגרף ישנם אותם תוצאות עם מתחילים מקודקוד בודד

גרף הסוכרייה:

האלגוריתם הצליח להתכנס עם 28 קודקודים לתוצאות הבאות

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Max | Mean | Min |  |
| 3363552 | 1125240 | 16053 | זמן כיסוי (התפלגות אחידה) |
| 51n2 | 17n2 | 62n | זמן כיסוי ביחס לn (התפלגות אחידה) |
| 9405247 | 1880707 | 16053 | זמן כיסוי (התפלגות מרוכזת) |
| 143n2 | 28n2 | 62n | זמן כיסוי ביחס לn (התפלגות מרוכזת) |

* ניתן לראות שהזמן הממוצע הינו פי 17 מכמות הקודקודים **בריבוע** בהתפלגות אחידה ופי 28 מכמות הקודקודים **בריבוע** בתהפלגות מרוכזת

גרף השרשרת עם 2 קליקות:

האלגוריתם הצליח להתכנס עם 28 קודקודים לתוצאות הבאות

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Max | Mean | Min |  |
| 1573652 | 498860 | 10497 | זמן כיסוי (התפלגות אחידה) |
| 24n2 | 7n2 | 41n | זמן כיסוי ביחס לn (התפלגות אחידה) |
| 1573652 | 652007 | 10497 | זמן כיסוי (התפלגות מרוכזת) |
| 24n2 | 9.9n2 | 41n | זמן כיסוי ביחס לn (התפלגות מרוכזת) |

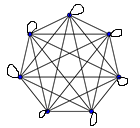
* ניתן לראות שהזמן הממוצע הינו פי 7 מכמות הקודקודים **בריבוע** בהתפלגות אחידה ופי 9.9 מכמות הקודקודים **בריבוע** בתהפלגות מרוכזת

זמן כיסוי ממוצע ביחס למספר הקודקודים

שאלה 2.1

תחילה נוכיח כי גרף הקליקה והטבעת הינם גרפים לא מכוונים, d-רגולרים, קשירים ולא דו צדדים,

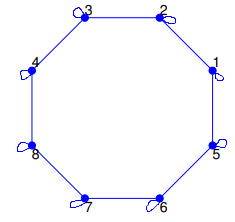
* גרף הקליקה



הגרף אינו מכוון, n-רגולרי כיוון שדרגת כל קודקוד היא n, הגרף קשיר.

הגרף לא דו צדדי בגלל קשתות עצמיות.

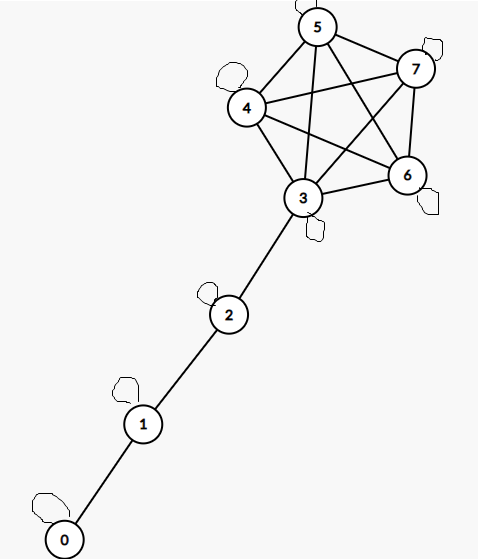
* גרף הטבעת



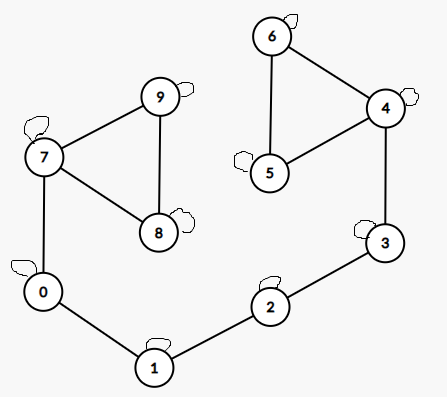
הגרף אינו מכוון, 3-רגולרי כיוון שדרגת כל קודקוד מחובר לעצמו, לשכן הקודם והבא (פרט למקרים הפרטיים שn=1,2 שזהו גרף הקליקה), הגרף קשיר.

הגרף לא דו צדדי בגלל קשתות עצמיות.

* לכן לפי משפט וקטור ההסתברות הסטציונרי של הגרפים הינו וקטור ההתפלגות האחדיה
* שנית נוכיח כי גרפים 3,4 הינם גרפים לא מכוונים ורגולרים
* גרף 3



* גרף 4



עבור כל קודקוד V, ניתן להגיע לקודקוד כלשהו U בn-1 צעדים:

כיוון שהגרפים קשירים קיים מסלול מV לU, אם קיים מסלול מU לV אזי קיים מסלול פשוט מU לV באורך קטן שווה לn-1, לכן אם המסלול קטן ממש מn-1, נוסיף למסלול קשתות עצמיות עד שנגיע לn-1.

ולכן הגרפים רגולרים.

לפי משפט נקבל שההתפלגות הסטציונרית של הגרפים הינה:

V=

di = דרגה של קודקוד i

m=

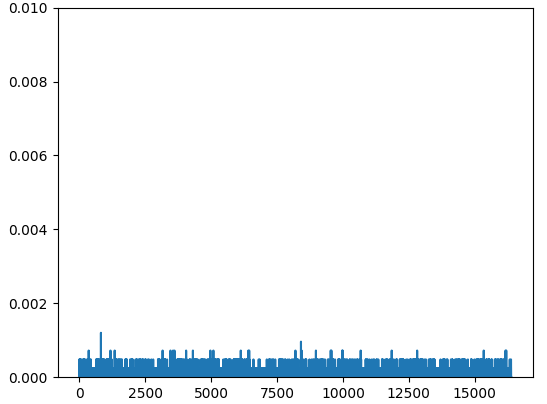
שאלה 2.2

בשאלה זו נציג כל פעם מתי הגרף מתכנס ואת היסטוגרמת ההתפלגות

* גרף הקליקה

התכנס לאחר 64 איטרציות עם N=26 ,δ=2-6

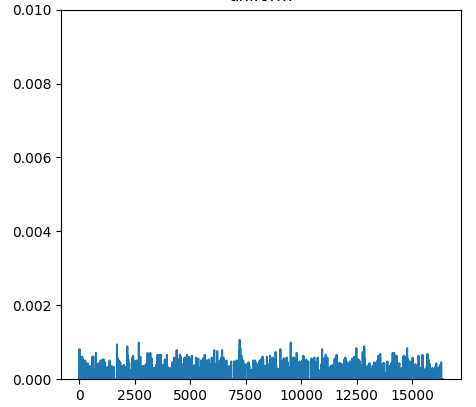
היסטוגרמה



* גרף הטבעת

התכנס לאחר 615 איטרציות עם N=26 ,δ=2-6

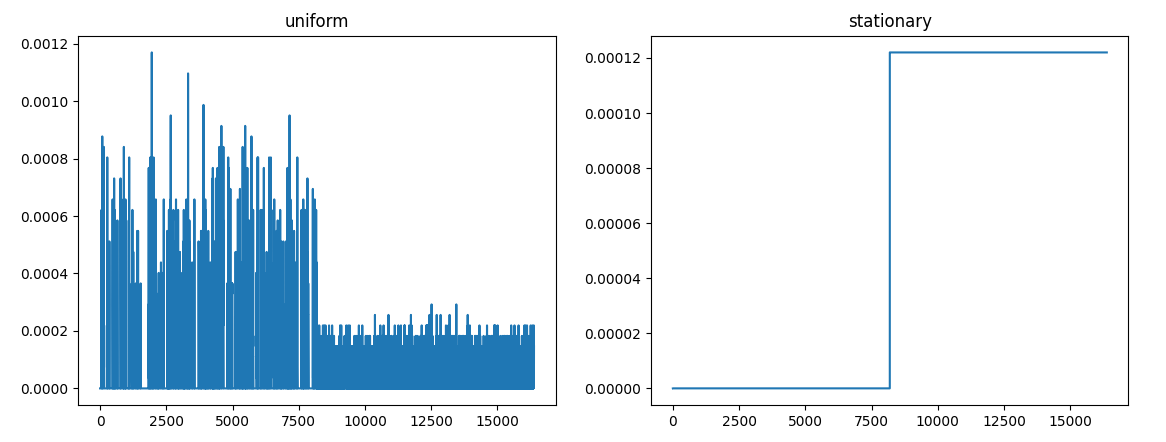
היסטוגרמה



* גרף הסוכרייה

כאשר נבדק עם {N={22,...,210 {…2-6,δ={2-2

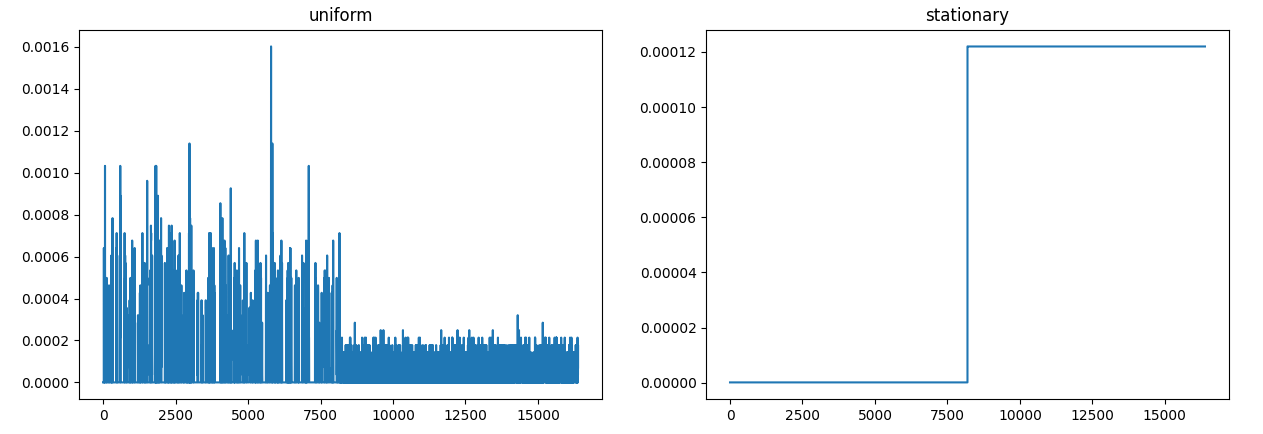
התהליך לא הצליח להתכנס והתקבלו תוצאות הפוכות בדיוק לוקטור הסטציונרי:



האלגוריתם כן הצליח להתכנס לסטציונרי כאשר הגרף היה קטן (פחות מ24)

* גרף השרשרת עם 2 קליקות

גם פה לא הצליח להתכנס והתקבלו תוצאות דומות מאוד לגרף הסוכרייה



שאלה 3

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| גרף | קליקה | טבעת | סוכרייה | שרשרת עם 2 קליקות |
| ע"ע | λ1=1, λ2=0 | λ1=0.9977, λ2=0.9902 | λ1=0.9983, λ2=0.9904 | λ1=0.9983, λ2=0.9897 |
| יחס | 0 | 0.9924 | 0.9921 | 0.9913 |